

МНОЖИНИ

Основні поняття й означення

Множина — це математичне поняття, що приймається без визначення. Під множиною розуміють сукупність об'єктів.

Множини позначають великими латинськими літерами A , B , ...

Елементи множини позначають маленькими латинськими літерами $A = \{a, b, \dots\}$.

Запис $a \in A$ означає, що елемент a належить множині A ; запис $x \notin A$ — елемент x не належить множині A ;

\emptyset — у множині немає елементів.

- Множина A є **підмножиною** множини B , якщо кожний елемент множини A є елементом множини B .

Позначення: $A \subset B$.

Наприклад, $A = \{a, b\}$, $B = \{a, b, c\}$, $A \subset B$.

- Дві множини називаються **рівними**, якщо кожний елемент множини A є елементом множини B , і навпаки, кожний елемент множини B є елементом множини A .

Позначення: $A = B$.

Наприклад, $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, a\}$, $A = B$.

- Множину всіх елементів, що належать як множині A , так і множині B , називають **перерізом** множин A і B .

Позначення: $A \cap B$.

Наприклад, $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$, $A \cap B = \{b, c\}$.

- **Об'єднанням** множин A і B називають множину, що складається з усіх елементів, які належать хоча б одній із множин A і B .

Позначення: $A \cup B$.

Наприклад, $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d\}$.

- **Різницею** множин A і B називають множину, що складається з усіх елементів, які належать множині A і не належать множині B .

Позначення: $A \setminus B$.

Наприклад, $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$, $A \setminus B = \{a\}$.

- Множину A називають **упорядкованою**, якщо перестановка будь-яких двох її елементів утворює іншу множину.

Наприклад: $A = \{a, b, c\}$, $A_1 = \{a, c, b\}$.

Приклади розв'язування задач**Приклад 1.** Як називають множину:

- а) птахів; б) учнів;
в) хокеїстів; г) верблюдів?

Відповідь: а) зграя; б) клас; в) команда; г) караван.**Приклад 2.** Запишіть будь-яку трохелементну множину літер англійського алфавіту.*Відповідь:* $\{a, b, f\}$, $\{x, y, z\}$...**Приклад 3.** Запишіть множину цілих чисел, які:

- а) більші ніж 5 і менші ніж 10;
б) не більші ніж 3 і не менші ніж -1.

Розв'язання. Учні 5–7 класів записують відповідь у такому вигляді:

- а) $\{6, 7, 8, 9\}$; б) $\{-1; 0, 1, 2, 3\}$.

Учні старших класів можуть записати характеристичну властивість:

- а) $A = \{x \mid x = 6, 7, 8, 9\}$; б) $B = \{x \mid x = -1, 0, 1, 2, 3\}$.

Приклад 4. Запишіть множину натуральних дільників числа:

- а) 24; б) 39; в) 17.

Відповідь: а) $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$; б) $\{1, 3, 13, 39\}$; в) $\{1, 17\}$.**Приклад 5.** Запишіть множину спільних дільників чисел 24 і 36.*Відповідь:* $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.**Приклад 6.** Знайдіть множину розв'язків рівняння:

- а) $x + 3 = 5$; б) $(x + 2)(x - 1) = 0$;
в) $x^2 + 9 = 0$.

Розв'язання. Розв'язуємо кожне рівняння й записуємо відповідь.*Відповідь:* а) $\{2\}$; б) $\{-2; 1\}$; в) \emptyset .**Приклад 7.** Запишіть множину розв'язків нерівності:

- а) $x - 3 < 0$; б) $x^2 + 3 \leq 0$;
в) $-2 \leq x < 3$.

Розв'язання. Учням 6–8 класів можна запропонувати розв'язати ці нерівності в натуральних або цілих числах:

- а) $\{1, 2\}$; б) \emptyset ; в) $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Старшокласники можуть записати множини як інтервали числової осі:

- а) $(-\infty; 3)$; б) \emptyset ; в) $[-2; 3)$.

Приклад 17. Дано множини $A = \{a, b, c, 2\}$, $B = \{3, b, c\}$, $C = \{a, 2, b, c\}$, $D = \{2, 3, b, c\}$.

- Знайдіть рівні неупорядковані множини.
- Виберіть пари множин, для яких одна множина є підмножиною іншої.

Відповідь: а) $A = C$; б) $B \subset D$.

Задачі для самостійного розв'язування

1. Як називається множина вовків? (Виберіть одну відповідь.)

А	Б	В	Г	Д
Череда	Ватага	Табун	Зграя	Взвод

2. Виберіть із наведених множин чотирьохелементну множину літер українського алфавіту (одна відповідь).

А	Б	В	Г	Д
$\{a, б, в, і, й\}$	$\{a, б, в, ы\}$	$\{a, b, c, d\}$	$\{\alpha, \beta, \gamma, \eta\}$	$\{a, б, і, з\}$

- Запишіть множину таких цілих чисел, які:
 - більші ніж -4 і менші ніж 3 ;
 - не більші ніж 5 і не менші ніж -2 .
- Запишіть множину натуральних дільників числа:
 - 18 ;
 - 21 ;
 - 13 .
- Запишіть множину спільних дільників чисел 20 і 30 .
- Запишіть множину розв'язків рівняння:
 - $x - 2 = 4$;
 - $(x - 1)(x + 2) = 0$;
 - $x^2 + 1 = 0$.
- Запишіть множину розв'язків нерівності:
 - $x - 4 \leq 0$;
 - $x^2 + 5 \geq 0$;
 - $-3 < x \leq 2$.
- Який із виразів є правильним? (Виберіть одну відповідь.)

А	Б	В	Г	Д
$2,5 \in \mathbf{Z}$	$\sqrt{5} \in \mathbf{Q}$	$-50 \in \mathbf{R}$	$-2 \in \mathbf{N}$	$1 \in \emptyset$

9. Дано множини $K = \{x, y, z, 5\}$ та $P = \{3, 5, z\}$.
Знайдіть $K \cap P$, $K \cup P$.

10. Яка з наведених множин не є підмножиною паралелогра- мів? (Виберіть одну відповідь.)

А	Б	В	Г
Множина ромбів	Множина трапецій	Множина квадратів	Множина прямокут- ників

11. Чи є множина квадратів підмножиною прямокутників? А навпаки?

12. Чи є множина раціональних чисел підмножиною:

- а) цілих чисел;
- б) дійсних чисел?

13. Дано множину $\{\square, \circ, \diamond\}$. Складіть усі її двохелементні не- упорядковані підмножини. Яка їх кількість?

14. Дано множину $\{1, 2, 3, 4\}$. Складіть усі її трьохелементні впорядковані підмножини. Яка їх кількість?

15. A — множина чисел, кратних двом; B — множина чисел, кратних трьом. Якою буде множина $A \cap B$?

16. A — множина натуральних чисел; B — множина цілих чи- сел. Знайдіть:

- а) $A \cap B$;
- б) $A \cup B$.

17. Дано множини: $A = \{1, 2, 3, a\}$; $B = \{b, 2, 3\}$; $C = \{a, 1, 2, 3\}$; $D = \{2, 3, b, c\}$.

- а) Знайдіть рівні множини (невпорядковані).
- б) Виберіть пари множин, для яких одна є підмножиною іншої.

Самостійна робота

I варіант (з розв'язаннями)

У завданнях 1—3 виберіть одну правильну, на вашу думку, від- повідь.

1. Якій множині належить число 20,6?

А	Б	В	Г	Д
N	R	Z	$R \text{ і } Q$	Q

Розв'язання. Число 20,6 — раціональне число, а множина раціональних чисел є підмножиною дійсних.

Відповідь: Г.

2. M — множина чисел, кратних 5; K — множина чисел, кратних 4. $M \cap K$ — це множина чисел:

А	Б	В	Г	Д
кратних 4	кратних 9	кратних 20	кратних 5	Інша відповідь

Розв'язання. $M \cap K$ — множина чисел, кратних і 4, і 5, тобто множина чисел, кратних 20.

Відповідь: В.

3. Множиною розв'язків нерівності $|x| \leq 1$ у цілих числах є:

А	Б	В	Г	Д
$\{0\}$	$\{-1; 0; 1\}$	$\{-1; 1\}$	$\{-1; 0\}$	$\{0; 1\}$

Розв'язання. $|x| \leq 1$ — множина чисел, які більші або дорівнюють -1 і менші або дорівнюють 1 , тобто $-1, 0, 1$, якщо говорити про цілі числа.

Відповідь: Б.

4. Запишіть множину таких цілих чисел, які будуть не менші ніж -5 і не більші за 0 .

Розв'язання. «Не менші ніж -5 » означає «більші або дорівнюють -5 ». «Не більші за 0 » означає «менші або дорівнюють 0 ». У цілих числах: $-5, -4, -3, -2, -1, 0$.

Відповідь: $\{-5, -4, -3, -2, -1, 0\}$.

5. A — множина дільників числа 10; B — множина дільників числа 15. Знайдіть $A \cup B$.

Розв'язання. Множина дільників числа 10: $A = \{1, 2, 5, 10\}$. Множина дільників числа 15: $B = \{1, 3, 5, 15\}$. $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 10, 15\}$.

6. Дано множини: $A = \{x, y, 2, 3\}$; $B = \{c, z, x, 2\}$.

Знайдіть $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$.

Розв'язання. $A \cup B = \{x, y, 2, 3, c, z\}$; $A \cap B = \{x, 2\}$; $A \setminus B = \{y, 3\}$.

II варіант

У завданнях 1—3 виберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1. Якій із наведених множин належить число $\sqrt{20}$?

А	Б	В	Г	Д
N	Q	Z	R	Інша відповідь

2. M — множина прямокутників, K — множина ромбів. $M \cap K$ — це множина:

А	Б	В	Г	Д
паралелограмів	прямокутників	ромбів	трапецій	квадратів

3. Множиною розв'язків рівняння $(x-2)(x+5)=0$ є множина:

А	Б	В	Г	Д
$\{2; 5\}$	$\{2; -5\}$	$\{2\}$	$\{5\}$	\emptyset

4. Запишіть множину цілих чисел, які будуть більші ніж -1 і менші або дорівнюватимуть 2 .

5. Дано множини: A — множина дільників числа 12 , B — множина дільників числа 18 . Знайдіть $A \cap B$.

6. Дано множини: $A = \{x, y, 2, 3\}$, $B = \{x, y, 5, 6\}$. Знайдіть $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$.

III варіант

У завданнях 1—3 виберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь.

1. Якій із наведених множин належить число $-\frac{2}{5}$?

А	Б	В	Г	Д
N	Z	Q	Множині ірраціональних чисел	Інша відповідь

2. Перетином множини раціональних чисел і множини ірраціональних чисел є множина:

А	Б	В	Г	Д
N и Q	R	Множина ірраціональних чисел	\emptyset	Інша відповідь

3. Множиною розв'язків нерівності $x < 3$ у натуральних числах є множина:

А	Б	В	Г	Д
$\{1, 2\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\{0, 1, 2\}$	$\{0, 1, 2, 3\}$	$\{-2, -1, 1, 2\}$

4. Запишіть множину таких цілих чисел, які не більші ніж 2 і не менші за 0.

5. A — множина дільників числа 10, B — множина дільників числа 15. Знайдіть $A \cap B$.

6. Дано множини: $A = \{a, b, c, 0, 5\}$, $B = \{0, 1, 2, a, d\}$. Знайдіть $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$.