



Харківська академія неперервної освіти

Завдання для II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

6 клас

1. Чи можливо розставити дужки в прикладі  $7 - 9 + 12 : 3 - 2 = 23$  так, щоб рівність стала правильною? Відповідь обґрунтуйте.

2. Чи можливо розрізати фігуру, зображену на рисунку, на кілька триклітинних куточків  і доміношек ? Фігурки можна повертати. Відповідь проілюструйте.



3. На новорічному карнавалі Мальвіна отримала подарунок. Буратіно вважає, що їй подарували червоний бантик, П'єро впевнений, що цей бантик блакитний, а Артемон каже, що подаровані білі туфельки. Виявилось, що кожен із них правильно вказав або вид подарунка, або його колір. Який подарунок отримала Мальвіна? Відповідь обґрунтуйте.

4. У Карлсона було дві повні банки варення. Одна з банок у три рази більша за іншу. Коли в маленькій банці залишилося 2 літри варення, а у великій 13 літрів, Карлсон долив доверху маленьку банку з великої. У результаті у великій банці залишилася половина початкової кількості варення. Знайдіть об'єм банок із варенням. Відповідь обґрунтуйте.

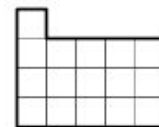
Харківська академія неперервної освіти

Завдання для II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

7 клас

1. На дошці записані цифри: 1 2 3 4 5. Чи можливо, не змінюючи порядку їх розташування, розставити між деякими з них знаки арифметичних дій і дужки так, щоб значення отриманого виразу дорівнювало 50? Відповідь обґрунтуйте.

2. Чи можливо фігуру, зображену на рисунку, розрізати на дві фігури, з яких можна скласти квадрат декількома способами. Дозволяється повертати і перевертати фігури. Відповідь проілюструйте.



3. У Малюка була банка з варенням. У перший раз Карлсон з'їв 20% варення з банки, а в другий – 20% того, що залишилося. Після цього фрекен Бок долила в банку 25% того, що в ній ще залишалося. У результаті цього в банці стало варення на півлітра менше, ніж було спочатку (до того, як Карлсон почав їсти варення). Скільки літрів варення було в банці спочатку?

4. Поки Діма пробігає три сходинки, Льоша пробігає п'ять сходинок. Діма побіг з восьмого поверху, а Льоша одночасно з ним – з дванадцятого поверху. Хто з них швидше добіжить до першого поверху? Відповідь обґрунтуйте.

**Харківська академія неперервної освіти**

**Завдання для II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**8 клас**

1. Відомо, що  $x^2 + y^2 = 19$ ,  $xy = 3$ . Які значення може приймати вираз  $x + y$ ?
2. Прямокутник розділений на квадратики зі стороною 1 см. У кожному квадратику записано число (необов'язково ціле) так, що сума чисел у кожному рядку дорівнює 1, а сума чисел у кожному стовпці дорівнює 2. Чи можливо таке, що площа прямокутника дорівнюватиме  $2008 \text{ см}^2$ ? Відповідь обґрунтуйте.
3. У гострокутному трикутнику ABC ВН – висота, AM – медіана. Кут MCA у два рази більше кута MAC, BC=10 см. Знайдіть AN.
4. По колу стоїть 101 коробка, у кожній із яких лежать чорні та білі кульки. На кожній коробці написано, скільки в ній чорних кульок і скільки білих. Чи можливо перекласти з кожної коробки по одній кульці в наступну (за годинниковою стрілкою) коробку так, щоб обидві написи на кожній з коробок стали неправильними. Відповідь обґрунтуйте.

**Харківська академія неперервної освіти**

**Завдання для II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**9 клас**

1. Чи існує таке значення  $x$ , при якому значення виразу  $((x + 2x) 3x - 4x) : 5x$  не зміниться, якщо стерти всі дужки? Відповідь обґрунтуйте.
2. У кожній клітині таблиці  $3 \times 3$  записано число. Добуток чисел у будь-якому стовпці й у будь-якому рядку дорівнює 1, а добуток чисел у будь-якому квадраті  $2 \times 2$  дорівнює 2. Визначте, які числа записані в таблиці.
3. У трапеції ABCD  $AB = BC = CD$ . Діагоналі трапеції перетинаються в точці O. Коло, описане навколо трикутника ABO, перетинає основу AD у точці E. Чи є правильним твердження, що BEDC – ромб?
4. Дмитро на свій день народження вирішив роздавати цукерки. Він виявив, що, хоча хлопчиків у класі більше, ніж дівчаток, він може всі цукерки роздати порівну хлопчикам, а може всі цукерки роздати порівну дівчаткам. Але Дмитро роздав цукерки всім однокласникам – кожному дісталось по три. А якби він і справді став роздавати цукерки тільки дівчаткам, то скільки б отримала кожна?

Харківська академія неперервної освіти

Завдання для II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики


*10 клас*

1. Розв'яжіть рівняння  $(x + 1)^{99} + (x + 1)^{98}(x + 2) + (x + 1)^{97}(x + 2)^2 + \dots + (x + 2)^{99} = 0$ .
2. В деякому натуральному числі переставили цифри. Сума отриманого числа з початковим дорівнює  $10^{2008}$ . Чи можливо, що початкове число ділиться на 5? Відповідь обґрунтуйте.
3. Точка М – середина хорди АВ. Хорда CD перетинає АВ у точці М. На відрізку CD як на діаметрі побудоване півколо. Точка Е лежить на цьому півколі й МЕ – перпендикуляр до CD. Знайдіть кут АЕВ.
4. Аліса й Базиліо вкрали в Буратіно валізу. Замок на валізі повинен відкритися, якщо три коліщатка на ньому (кожне з яких може займати одну з восьми допустимих позицій) встановлені в певній комбінації. Однак, через зношеність механізму, валіза відкриється, якщо будь-які два коліщатка з трьох поставлені у правильне положення. Базиліо стверджує, що він зможе відкрити валізу не більше ніж за 32 спроби. Чи правий він? (Спробою називається установка будь-якої комбінації коліщаток.) Відповідь обґрунтуйте.

Харківська академія неперервної освіти

Завдання для II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

*11 клас*

1. Скільки коренів має квадратне рівняння  $ax^2 + bx + c = 0$ , якщо  $|a + c| = |b|$ , а числа  $a$  і  $c$  – різні?
2. Дано прямокутний паралелепіпед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Порівняйте відстані від вершини А до площин  $A_1 B D$  і  $C_1 B D$ . Відповідь обґрунтуйте.
3. Послідовність чисел будується таким чином. Перше число в ній дорівнює 2. Кожне наступне число дорівнює сумі кубів цифр попереднього числа. Василь стверджує, що серед чисел цієї послідовності зустрінуться два однакових числа, Микола говорить, що цього ніколи не станеться. Хто з них правий? Відповідь обґрунтуйте.
4. Чи можна розставити в клітинах шахової дошки натуральні числа від 1 до 64 так, щоб сума чисел у будь-якій фігурі наступного виду  була кратна 5? Відповідь обґрунтуйте.